

Pemodelan Pertumbuhan Ekonomi Menggunakan Bayesian Spatial Durbin Model

ECONOMIC GROWTH MODELLING IN EAST JAVA USING BAYESIAN SPATIAL DURBIN MODEL APPROACH

Siti Soraya^{*1}, Setiawan², Santi Puteri Rahayu³

^{*1}Teknik Informatika, STMIK Bumigora Mataram

^{2,3}Statistika, FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh November (ITS)

e-mail: ^{*1}siti.soraya@stmikbumigora.ac.id, ²setiawan@statistika.its.ac.id,

³santi_pr@statistika.its.ac.id

Abstrak

Pertumbuhan ekonomi merupakan ukuran dari perkembangan ekonomi di suatu wilayah. Pertumbuhan ekonomi yang tinggi merupakan kunci dari kesejahteraan masyarakat. Indikator dari pertumbuhan ekonomi adalah PDRB. PDRB yang tinggi menunjukkan bahwa pertumbuhan ekonomi suatu wilayah itu baik. Salah satu wilayah di Indonesia yang memiliki PDRB cukup baik sekaligus menjadi penyumbang ketiga terbesar adalah Provinsi Jawa Timur. Dalam penelitian ini dilakukan pemodelan PDRB dengan menggunakan pendekatan Bayesian *Spatial Durbin Model* (SDM). Data yang digunakan adalah data PDRB setiap Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur sebagai variabel respon dan faktor yang mempengaruhi yaitu jumlah tenaga kerja, nilai modal dan besarnya rasio elektrifikasi sebagai variabel prediktor. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat dependensi spasial dan heterogenitas spasial pada PDRB untuk Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur. Dari analisis yang dilakukan diperoleh hasil bahwa ρ bernilai positif dan tidak signifikan pada taraf 10%. Hasil estimasi parameter diketahui bahwa jumlah tenaga kerja, nilai modal serta jumlah tenaga kerja yang terboboti merupakan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap model. Jadi, PDRB suatu wilayah di Jawa Timur dipengaruhi oleh jumlah tenaga kerja, nilai modal serta jumlah tenaga kerja yang terboboti dan PDRB wilayah lain yang berdekatan.

Kata Kunci-Bayesian, Heteroskedastisitas, PDRB, *Spatial Durbin Model* (SDM)

Abstract

Economic growth was a measure of economic development in a region. High economic growth was the key to the welfare of society. Indicators of economic growth was GDP. High GDP indicates that the economic growth of the region was being well. One of the areas in Indonesia where the GDP was quite good and at the same time become the third largest contributor was the province of East Java. In this research, modeling of GDP by using Bayesian approach *Spatial Durbin Model* (SDM). The data was used the GDP of each regency/city in East Java as the response variable and the factors that give impact the amount of labor, capital value and the magnitude of the electrification ratio as a predictor variable. The results showed that there was a spatial dependencies and spatial heterogeneity in GDP for the district/city in East Java province. From the analysis carried out showed that ρ was positive and not significant at the 10% level. Results of the estimation parameters was known that the amount of labor, capital value and the amount of labor which is weighted variables that significantly influence the model. Thus, the GDP of a region in East Java was influenced by the amount of labor, capital value and the amount of labor that GDP weighted and other neighboring regions.

Keywords-Bayesian, Heteroskedastisitas, GDP, *Spatial Durbin Model* (SDM)

1. PENDAHULUAN

Pembangunan perekonomian merupakan salah satu indikasi perkembangan suatu wilayah dalam usahanya mencapai kemajuan serta tingkat kesejahteraan yang diinginkan.

Pertumbuhan ekonomi meliputi peningkatan kegiatan perekonomian dalam memproduksi barang dan jasa dalam kurun waktu satu periode ke periode selanjutnya. Salah satu ukuran pertumbuhan ekonomi adalah pendapatan nasional. Pendapatan nasional suatu negara dapat menunjukkan seberapa besar aktivitas perekonomian secara keseluruhan. Konsep pendapatan nasional adalah ukuran yang paling sering digunakan sebagai indikator pertumbuhan ekonomi. Konsep pendapatan ini berupa laju pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB).

Pembentukan modal merupakan faktor paling penting dan strategis di dalam proses pembangunan ekonomi. Pembentukan modal bahkan menjadi faktor utama menuju pembangunan perekonomian Jinghan[1]. Hal ini didukung oleh pernyataan Robert [2] bahwa penyebab tingginya output produksi adalah modal. Faktor lain yang mempengaruhi adalah tenaga kerja serta teknologi. Hal ini juga sesuai dengan teori pertumbuhan ekonomi dari Adam Smith. Teori ekonomi menyatakan bahwa dalam proses pertumbuhan ekonomi seringkali dihadapkan dengan kasus dari sisi produksinya yaitu adanya perbedaan intensitas kegiatan perekonomian dalam menghasilkan barang dan jasa sehingga faktor tersebut pada akhirnya menyebabkan perbedaan dalam hal persediaan barang-barang hasil produksi yang dikonsumsi penduduk suatu wilayah tertentu. Akibat lainnya adalah perbedaan dalam tingkat investasi (dalam hal ini modal), penyerapan tenaga kerja serta teknologi yang digunakan pada masing-masing wilayah juga akan mengalami perbedaan Yusuf [3].

Terkait persoalan pertumbuhan ekonomi diberbagai wilayah maka tidak jarang efek spasial terkandung di dalamnya, dimana seringkali pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang berdekatan (*neighboring*). Menurut hukum geografi yang dikemukakan oleh Tobler [4] bahwa *segala sesuatu itu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang lebih dekat akan lebih memiliki hubungan daripada sesuatu yang jauh*. Fenomena ini disebut juga sebagai ketergantungan spasial (*spatial dependence*). Sedangkan konsep heterogenitas spasial dijelaskan oleh Anselin [5] sebagai perbedaan struktur spasial yang menyajikan informasi heterokedastisitas, variasi koefisien spasial, kerandoman koefisien dan perubahan struktur spasial (*spatial regimes*).

Spatial dependence dalam regresi spasial terdiri dari dua model yaitu model *spatial lag* disebut dengan *Spatial Autoregressive* (SAR) dan *Spatial Error Model* (SEM) Anselin [5]. SAR merupakan model dimana variabel respon dipengaruhi oleh nilai variabel respon yang berdekatan yang didefinisikan secara sesuai. Model ini menggambarkan fenomena atau ketergantungan spasial yang terjadi pada variabel respon saja. Model SEM dapat dianalogikan dengan korelasi *error* model serial pada *time series*, tetapi dalam hal ini bukan berkaitan dengan variabel *time*, melainkan *space* LeSage [6]. Selanjutnya Anselin [5] mengenalkan kasus khusus dari *spatial autoregressive* yakni adanya penambahan pengaruh *lag spatial* pada variabel respon dan variabel prediktor yang dikenal dengan *Spatial Durbin Model* (SDM). Umumnya beberapa penelitian menggunakan metode estimasi *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE) dalam mengestimasi model SDM. MLE merupakan estimator terbaik dalam pemodelan yang sesuai. Kesesuaian model tersebut dilihat dari terpenuhinya asumsi-asumsi dalam regresi, yaitu *error* model bersifat identik, independen dan terdistribusi secara normal Anselin [5]. Namun terkait dengan kasus pertumbuhan ekonomi dan efek spasial yang sering dihadapi, tentunya tidak jarang terdapat kecenderungan terjadinya heteroskedastisitas, yaitu suatu kondisi dimana varian-*error* tidak identik karena terdapatnya unsur wilayah yang sangat bervariasi antara satu dengan yang lainnya. salah satu metode alternatif yang dapat digunakan untuk mengakomodasi adanya kasus tersebut adalah dengan menggunakan Metode Bayesian. Penggunaan distribusi *prior* dalam metode Bayesian mampu mengakomodasi adanya varian-*error* yang tidak identik LeSage [7].

Ekonometrika adalah ilmu sosial yang merupakan integrasi dari teori ekonomi, matematika, dan statistika yang bertujuan untuk menguji teorema-teorema ekonomi yang berupa

hubungan antar variabel ekonomi secara kuantitatif atau memberikan hasil dalam angka dengan menggunakan data empiris [8]. *Spatial econometrics* (ekonometrika spasial) merupakan bagian ilmu ekonometrika yang memperhatikan pengaruh efek spasial yaitu dependensi spasial dan heterogenitas spasial pada model regresi OLS [5]. Dalam model ekonometrika, efek spasial timbul karena adanya keterkaitan lokasi, jarak, dan topologi dalam wilayah observasi. Salah satu model yang paling sering digunakan dalam ekonometrika adalah model regresi. Model regresi digunakan untuk mengetahui hubungan kausalitas dari suatu masalah dimodelkan.

Analisis regresi adalah suatu analisis yang bertujuan menunjukkan hubungan matematis antara variabel respon dengan variabel prediktor. Secara umum hubungan tersebut dinyatakan sebagai berikut [9]:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^p \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i; \text{ dimana } i = 1, 2 \dots n; k = 1, 2 \dots, p \quad (1)$$

dengan i adalah banyaknya unit pengamatan dan k adalah banyaknya variabel prediktor. Kemudian β_0, β_k merupakan parameter regresi serta ε_i adalah *error* regresi dengan asumsi $\varepsilon_i \sim IIDN(0, \sigma^2)$. Jika ditulis dalam notasi matriks, persamaannya akan menjadi seperti berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}; \quad (6)$$

Model regresi spasial secara umum dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut [5]:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 = \mathbf{W} \text{ maka, } \mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Spatial Durbin Model (SDM) merupakan kasus khusus dari *Spatial Autoregressive* (SAR) yaitu dengan menambahkan pengaruh *lag* spasial pada variabel prediktor dalam model. Pembobotan dilakukan pada variabel respon maupun prediktor. Berikut model dari *Spatial Autoregressive* (SAR) [5]:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}; \text{ dimana } \boldsymbol{\varepsilon}_i \sim IIDN(0, I\sigma^2) \quad (15)$$

sedangkan bentuk model SDM seperti berikut [6]:

$$y_i = \rho \sum_{j=1}^n \mathbf{w}_{i \neq j} y_j + \beta_0 \sum_{k=1}^p \beta_{1k} x_{ki} + \sum_{k=1}^p \beta_{2k} \sum_{j=1}^n \mathbf{w}_{i \neq j} x_{kj} + \varepsilon_i \quad (16)$$

dengan k menyatakan banyaknya variabel dan i menyatakan amatan ke- i . Dalam bentuk matriks, model SDM seperti pada persamaan berikut:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \beta_0 + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{W}_1 \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{atau } \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{y} &= (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})^{-1} \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_i &\sim IIDN(\mathbf{0}, I\sigma^2) \end{aligned} \quad (18)$$

dengan $\mathbf{Z} = [\mathbf{I} \ \mathbf{X} \ \mathbf{WX}]$ dan $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2]^T$

Metode Bayesian diambil dari nama penemu metode tersebut yaitu Thomas Bayes (1702-1761). Pada awalnya metode bayesian tidak terlalu terkenal bila dibandingkan dengan metode klasik. Namun seiring berkembangnya waktu serta meningkatnya perkembangan teknologi maka penggunaan metode bayesian mulai dipopulerkan. Karena semakin meluasnya penggunaan computer, analisis data yang sulitpun dapat diperoleh solusinya dengan menggunakan simulasi komputer [10].

Inferensi dengan pendekatan bayesian berbeda dengan pendekatan klasik, meskipun kedua metode tersebut menggunakan fungsi *likelihood* data. Estimasi dengan metode klasik umumnya menggunakan teknik optimasi secara numerik untuk mendapatkan solusinya. Sedangkan pada pendekatan dengan menggunakan bayesian, semua parameter yang tidak diketahui dianggap sebagai variabel random yang dipandang sebagai distribusi prior dari parameter yang akan di estimasi [10] & [11]. Distribusi prior yang digunakan dalam model adalah [11] & [12]:

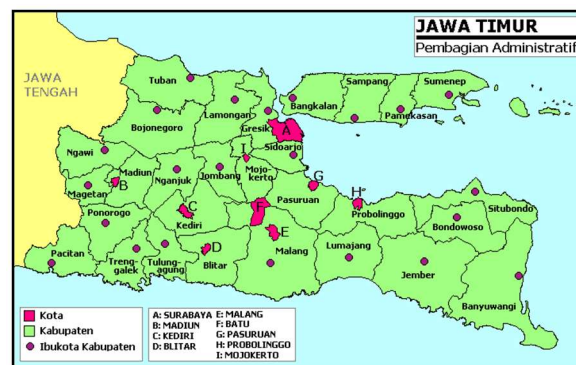
$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\beta}) &\sim N(\mathbf{c}, \mathbf{T}) \\ \pi(\sigma^2) &\sim IG(a, b) \\ \pi(r/V_i) &\sim iid \chi^2_{(r)}, i = 1, 2, \dots, n \\ \pi(\rho) &\sim U(\lambda_{\min}^{-1}, \lambda_{\max}^{-1}) \end{aligned}$$

Dalam statistika tepatnya pada inferensia bayesian terdapat suatu metode yang digunakan untuk perhitungan distribusi posterior yang kompleks atau lebih tepatnya untuk mendapatkan nilai estimasi parameter yaitu dengan mensimulasikan pengambilan sampel secara langsung, dimana secara analitik tidak dapat dipecahkan. Metode tersebut adalah MCMC (Markov Chain Monte Carlo), sebuah metode yang diperkenalkan oleh Metropolis pada tahun 1970 [13].

2. METODE PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari BPS Jawa Timur dan PLN Distribusi Jawa Timur yaitu sebanyak 38 objek. Data yang menjadi objek penelitian yaitu data nilai PDRB yang diperoleh dari BPS Jawa Timur beserta faktor yang mempengaruhi yaitu modal dan tenaga kerja. Faktor lain yang mempengaruhi yaitu rasio elektrifikasi yang diperoleh dari PLN Distribusi Jawa Timur. Peta pembagian administratif wilayah di Jawa Timur ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Peta Pembagian Administratif Jawa Timur

2.2 Spesifikasi Model

Model yang digunakan untuk pertumbuhan ekonomi antar Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2011 dengan jumlah wilayah 38 Kabupaten/Kota dan jumlah variabel prediktor sebanyak 3 variabel adalah sebagai berikut:

$$y_i = \rho \sum_{j=1}^{38} W_{ij} y_j + \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + W_{ij} \beta_1 X_{1i} + W_{ij} \beta_2 X_{2i} + W_{ij} \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i \quad (19)$$

2.3 Identifikasi Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Identifikasi Variabel Penelitian

Nama Variabel	Jenis Variabel	Definisi Operasional	Skala
PDRB (Y)	Respon	adalah nilai total PDRB kabupaten/kota pada tahun 2011 dengan satuan miliar rupiah	Rasio
Tenaga Kerja (X ₁)	Prediktor	adalah jumlah seluruh pekerja yang bekerja setiap sektor di kabupaten/kota pada saat survei dilakukan tahun 2011 dengan satuan jiwa.	Rasio
Modal (X ₂)	Prediktor	adalah realisasi APBD pada tahun 2011 di setiap kabupaten/kota dengan satuan miliar rupiah	Rasio
Rasio Elektrifikasi (RE) (X ₃)	Prediktor	adalah nilai rasio elektrifikasi kabupaten/kota pada tahun 2011 dengan satuan persentase.	Rasio

2.4 Struktur Data

Struktur data yang digunakan ditunjukkan pada Tabel 2

Tabel 2. Struktur Data

Kabupaten/Kota	Y	X ₁	X ₂	X ₃
1	Y ₁	X ₁₁	X ₂₁	X ₃₁
2	Y ₂	X ₁₂	X ₂₂	X ₃₂
3	Y ₃	X ₁₃	X ₂₃	X ₃₃
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
38	Y ₃₈	X ₁₍₃₈₎	X ₂₍₃₈₎	X ₃₍₃₈₎

2.5 Metode Analisis

Langkah analisis yang dilakukan untuk menjawab permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) Mengkaji estimasi parameter model *Spatial Durbin Model* (SDM) dengan pendekatan bayesian untuk mengatasi heteroskedasitas melalui tahapan sebagai berikut:
 - a) Menentukan fungsi *likelihood*
 - b) Menetapkan prior
 - c) Mendapatkan fungsi distribusi bersama (*Joint Distribution*)
 - d) Membentuk distribusi *full conditional posterior*.
 - e) Melakukan proses MCMC
- 2) Menerapkan metode Bayesian *Spatial Durbin Model* untuk mengetahui model pertumbuhan ekonomi antar Kabupaten/Kota di Jawa Timur melalui tahapan sebagai berikut:
 - a) Menentukan variabel respon dan variabel prediktor dari data yang telah diperoleh.
 - b) Mendeskripsikan masing-masing variabel dalam penelitian sebagai gambaran perekonomian di Jawa Timur dan faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya melalui.
 - c) Mengidentifikasi pola hubungan antar variabel respon dan variabel prediktor melalui *Scatter Plot*.
 - d) Menetapkan matriks pembobot spasial untuk setiap daerah dengan menggunakan pembobot *Queen Contiguity*.
 - e) Melakukan pengujian aspek spasial (dependensi spasial dan heterogenitas spasial).
 - f) Menguji model spasial yang sesuai dengan menggunakan *Lagrange Multiplier*.
 - g) Mengestimasi parameter *Spatial Durbin Model* (SDM) dengan pendekatan metode Bayesian yang dibantu oleh paket program *Matlab*
 - h) Mengevaluasi model.
 - i) Melakukan interpretasi pada model yang telah diperoleh.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Estimasi Parameter *Spatial Durbin Model* Dengan Pendekatan Bayesian

Estimasi *Spatial Durbin Model* (SDM) dengan pendekatan bayesian dilakukan dengan menentukan fungsi *likelihood* dari parameter. Berikut fungsi *likelihood*nya:

$$L(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \sigma, \rho, \mathbf{V}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{A}||\mathbf{V}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\epsilon}'\mathbf{V}^{-1}\boldsymbol{\epsilon})\right\}$$

$$L(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \sigma, \rho, \mathbf{V}) \propto \sigma^{-n} |\mathbf{A}| \prod_{i=1}^n V_i^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_i^2}{2\sigma^2 V_i}\right\}$$

Selanjutnya ditentukan distribusi *prior* dari model yaitu sebagai berikut:

$$\pi(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{(2\pi)^{k/2} |\mathbf{T}|^2} \exp\left\{-\frac{1}{2} [(\boldsymbol{\beta} - \mathbf{c})' \mathbf{T}^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{c})]\right\}$$

$$\propto \exp\left\{-\frac{1}{2} [(\boldsymbol{\beta} - \mathbf{c})' \mathbf{T}^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{c})]\right\}$$

$$\pi(\sigma^2) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} (\sigma^2)^{-(a+1)} \exp\left(\frac{-b}{\sigma^2}\right) \propto (\sigma^2)^{-(a+1)} \exp\left(\frac{-b}{\sigma^2}\right)$$

$$\pi(r/V_i) = \frac{(r)^{r/2}}{2^{r/2} \Gamma\left(\frac{r}{2}\right)} V_i^{-\frac{(r+2)}{2}} \exp\left(\frac{-r}{2V_i}\right) \propto \prod_{i=1}^n V_i^{-\frac{(r+2)}{2}} \exp\left(\frac{-r}{2V_i}\right)$$

$$\pi(\rho) = U(\lambda_{\min}^{-1}, \lambda_{\max}^{-1})$$

Kemudian dilanjutkan dengan menentukan distribusi *join posterior* yaitu dengan mengalikan fungsi *likelihood* dan distribusi *prior* sehingga memperoleh hasil sebagai berikut:

$$P(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \rho, \mathbf{V}|\mathbf{y}) \propto L(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \rho, \mathbf{V}) \pi(\boldsymbol{\beta}) \pi(\sigma^2) \pi(\rho) \pi(\mathbf{V})$$

$$\propto \sigma^{-n} |\mathbf{A}| \prod_{i=1}^n V_i^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})' \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})\right\}$$

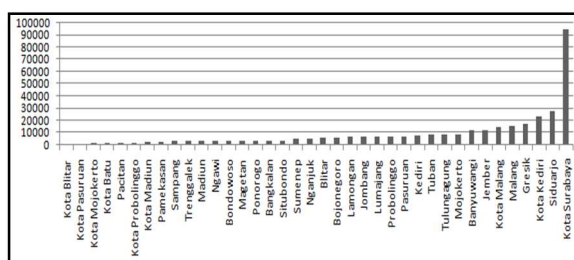
$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} [(\boldsymbol{\beta} - \mathbf{c})' \mathbf{T}^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{c})] \right\} \times (\sigma^2)^{-(a+1)} \exp \left(\frac{-b}{\sigma^2} \right) \times \prod_{i=1}^n V_i^{-\frac{(r+2)}{2}} \exp \left(\frac{-r}{2V_i} \right)$$

Untuk memperoleh hasil estimasi maka ditentukan *full conditional* distribusi dari model. Oleh karena penentuan *full conditional* distribusi tidak bisa dilakukan secara analitik maka akan dilakukan pendekatan melalui komputasi numerik yaitu dengan menggunakan metode MCMC melalui program matlab berikut:

1. Input data $D = \{y, X, W\}$ yang merupakan data variabel respon (y), variabel prediktor (X), serta matriks pembobot spasial $\{W\}$.
2. Menentukan jumlah maksimum sampel (N) yang digunakan serta *burn-in* (n) yang akan digunakan agar diperoleh hasil yang konvergen.
3. Ditentukan nilai awal untuk $\boldsymbol{\beta}_0, \sigma^2_0, V_0$, dan ρ_0 .
4. Dibangkitkan bilangan random dari $p(\boldsymbol{\beta}_1 | \sigma^2_0, V_{i0}, \rho_0)$ menggunakan distribusi *normal multivariat* dengan *mean* \mathbf{c} dan *varians* \mathbf{T} .
5. Dibangkitkan bilangan random dari $p(\sigma^2_1 | \boldsymbol{\beta}_1, V_{i0}, \rho_0)$ menggunakan distribusi *invers gamma*.
6. Dibangkitkan bilangan random dari $p(V_{i1} | \boldsymbol{\beta}_1, \sigma^2_1, \rho_0)$ menggunakan distribusi *chi-square* dengan derajat bebas r untuk setiap i yang pada V .
7. Dibangkitkan bilangan random dari $p(\rho_1 | \boldsymbol{\beta}_1, \sigma^2_1, V_{i1})$ menggunakan distribusi *uniform* dengan batas bawah adalah $\frac{1}{\lambda_{min}}$ dan batas atas adalah $\frac{1}{\lambda_{max}}$.
8. Diulangi langkah (1-7) hingga sebanyak N kali.
9. Dihitung statistik diskriptif dari hasil yang diperoleh setelah kondisi *burn-in* seperti rata-rata, standar deviasi, dan sebagainya.

3.2 Penerapan *Spatial Durbin Model* Dengan Pendekatan Bayesien pada Pertumbuhan Ekonomi di Provinsi Jawa Timur

Informasi umum yang bisa dijelaskan dari pertumbuhan ekonomi Jawa Timur pada tahun 2011 dapat diketahui dari statistik deskriptif pertumbuhan PDRB Jawa Timur. Rata-rata pertumbuhan PDRB Jawa Timur pada tahun 2011 sebesar 9305,62 miliar rupiah. PDRB terendah dicapai oleh Kota Mojokerto dengan nilai 1051,20 miliar rupiah. Sedangkan Kota Surabaya memperoleh PDRB tertinggi dengan nilai 94471,05 miliar rupiah. Berikut tingkat pertumbuhan PDRB setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur:



Gambar 2 Tingkat Persebaran PDRB

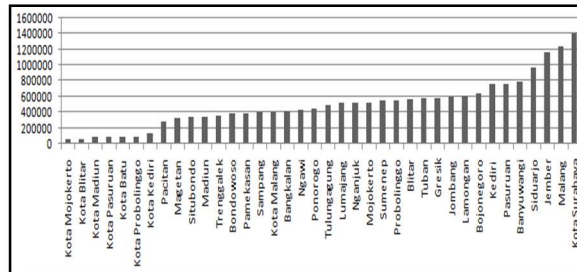
Gambaran tentang tenaga kerja, modal dan rasio elektrifikasi yang mempengaruhi pertumbuhan PDRB di Jawa Timur dapat di lihat pada Tabel 3 di bawah ini:

Tabel 3 Deskripsi Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pertumbuhan Ekonomi di Jawa Timur

Variable	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Tenaga Kerja	38	59365,00	1399193,00	498430,71	315422,39
Modal	38	426,35	5195,10	1138,15	763,92
Rasio Elektrifikasi	38	33,66	98,46	74,04	16,03

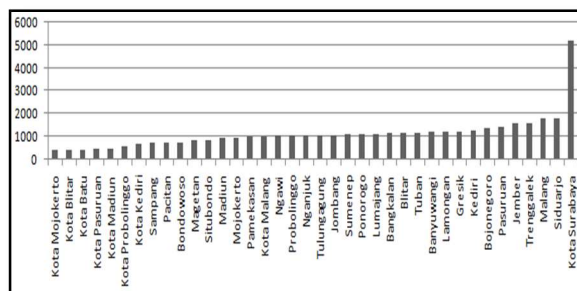
Berdasarkan Tabel 3 dapat diperoleh informasi:

- a) Rata-rata jumlah tenaga kerja yang berkontribusi pada pertumbuhan PDRB Jawa Timur pada tahun 2011 sebesar 498430,71 jiwa dengan jumlah minimum sebesar 59365,00 jiwa dan maksimum sebesar 1399193,00 juta Jiwa. Kabupaten/kota yang memberikan kontribusi terendah yaitu Kota Mojokerto dan yang paling tinggi yaitu Kota Surabaya. Berikut tingkat penyebaran tenaga kerja setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur:



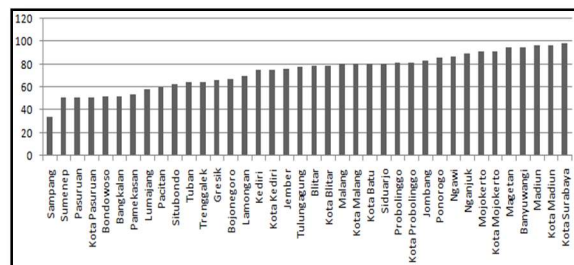
Gambar 3 Tingkat Penyebaran Tenaga Kerja

- b) Rata-rata jumlah modal yang disalurkan pada pertumbuhan PDRB Jawa Timur tahun 2011 sebesar 1138,15 miliar rupiah dengan jumlah minimum sebesar 426,35 miliar rupiah dan jumlah maksimum sebesar 5195,10 miliar rupiah. Kabupaten/Kota yang memberikan kontribusi modal paling rendah yaitu Kota Mojokerto dan yang paling tinggi yaitu Kota Surabaya. Berikut tingkat penyebaran modal setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur:



Gambar 4 Tingkat Penyebaran Modal

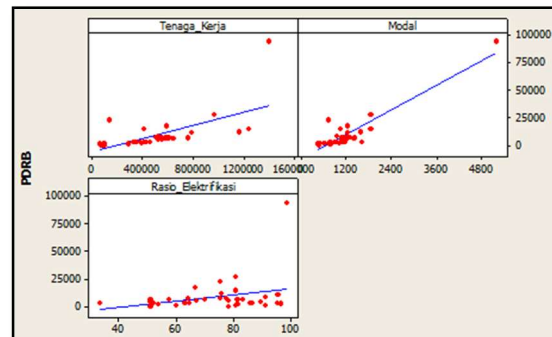
- c) Dari Tabel 3 juga memberikan informasi bahwa rata-rata rasio elektrifikasi yang berkontribusi pada pertumbuhan PDRB Jawa Timur pada tahun 2011 sebesar 74,04% dengan jumlah minimum sebesar 33,66% dan maksimum sebesar 98,46%. Kabupaten/Kota yang memberikan kontribusi terendah yaitu Kabupaten Sampang dan yang paling tinggi yaitu Kota Surabaya. Berikut tingkat penyebaran rasio elektrifikasi setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur:



Gambar 5 Tingkat Penyebaran Rasio Elektrifikasi

Hubungan antara Variabel Respond dan Variabel Prediktor

Hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor dapat dilihat dalam *Scatter Plot* pada Gambar 6.



Gambar 6 *Scater Plot* antara Variabel Respon dan Variabel Predikt

Berdasarkan Gambar 6 diketahui faktor-faktor yang mempengaruhi nilai PDRB memiliki pola korelasi positif yang mengandung makna bahwa semakin tinggi tenaga kerja, modal, dan rasio elektrifikasi mengakibatkan PDRB yang dihasilkan semakin besar. Pada plot tenaga kerja terhadap PDRB masih terdapat amatan yang berada jauh dari garis linear. Hal ini menunjukkan bahwa keragaman data masih cukup tinggi. Trend sebaran data dari *scatter plot* pada modal cenderung lebih tinggi dibandingkan dengan plot yang lain.

Pengujian Efek Spasial

Hipotesis yang digunakan dalam pengujian dependensi spasial dengan *LM test* sebagai berikut:

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terdapat dependensi spasial pada model)

$H_1 : \rho \neq 0$ (terdapat dependensi spasial pada model)

Pengujian dependensi spasial dengan menggunakan *software* GeoDa dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4 Uji Dependensi Spasial

TEST	MI/DF	VALUE	PROB
Lagrange Multiplier (lag)	1	8,013	0,005
Robust LM (lag)	1	8,308	0,004

Berdasarkan Tabel 4 dapat diketahui bahwa terdapat dependensi spasial pada model. Merujuk pada signifikansi dari Robust LM (lag), model yang terbentuk adalah model *Spatial Autoregressive* (SAR). Anselin [5] menyatakan bahwa model SAR yang diperoleh melalui uji dependensi spasial dapat mengindikasikan terbentuknya model baru atau pengkhususan dari model tersebut yaitu *Spatial Durbin Model* (SDM).

Pengujian heteroskedastisitas dilakukan dengan menggunakan *Breusch-Pagan test*. Hipotesis yang digunakan pada *Breusch-Pagan test* adalah:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (Homoskedastisitas)

$H_1 : \text{minimal terdapat satu } \sigma_i^2 \neq \sigma^2 \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, n$ (Heteroskedastisitas)

Hasil pengujian dengan *Breusch-Pagan test* dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 Uji Heteroskedastisitas

Breush-Pagan LM-statistic	9,908
Chi-squared probability	0,0194
Degrees of freedom	3

Berdasarkan Tabel 5 diketahui bahwa nilai *Breusch-Pagan* sebesar 9,908 sedangkan nilai *chi-square* tabel dengan derajat bebas 3 pada α 5% yaitu 7,815. Berdasarkan hasil yang diperoleh, disimpulkan bahwa tolak H_0 yang artinya terjadi heterogenitas pada data.

Hasil Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter Model

Tabel 6 menunjukkan hasil estimasi regresi *Spatial Durbin Model* (SDM) dengan pendekatan Bayesian.

Tabel 6 Estimasi Parameter Model Bayesian *Spatial Durbin Model*

Variable	Coefficient	Std Deviation	p-level
Constant	-18,792	5,712	0,001
Tenaga Kerja	0,406	0,242	0,046
Modal	0,948	0,432	0,015
Rasio Elektrifikasi	0,585	0,499	0,120
W-Tenaga Kerja	0,841	0,529	0,054
W-Modal	-0,071	0,760	0,462
W-Rasio Elektrifikasi	0,395	0,628	0,261
Rho	0,100	0,237	0,329
R-Squared	0,777		

Signifikansi = 10%

Nilai dari koefisien ρ pada Tabel 6 adalah positif yaitu sebesar 0,100, dengan p-level sebesar 0,329. Sehingga dapat disimpulkan tidak ada hubungan yang signifikan pada $\alpha = 10\%$. Nilai rho yang positif menunjukkan adanya dependensi spasial yang terjadi antar wilayah di Jawa Timur. Disamping itu nilai koefisien dari variabel tenaga kerja, modal, tenaga kerja yang terboboti, juga bernilai positif dan signifikan. Hanya rasio elektrifikasi, modal terboboti dan rasio elektrifikasi terboboti yang bernilai negatif serta tidak signifikan.

Secara umum dapat disimpulkan bahwa tingkat keragaman dari pertumbuhan ekonomi ditunjukkan oleh besarnya nilai *R-squared* yang dihasilkan yaitu 0,777. Hal ini mengandung makna bahwa 77,7% pertumbuhan ekonomi dapat dijelaskan oleh model yang terbentuk. Sedangkan 22,3% tidak mampu dijelaskan oleh model, dikarenakan adanya variabel lain yang sebenarnya berpengaruh namun tidak masuk dalam model.

Berikut model spasial dari setiap observasi di Jawa Timur:

$$\hat{y}_i = -18,792 + 0,100 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} y_j + 0,406 X_{1i} + 0,948 X_{2i} + 0,585 X_{3i} \\ + 0,841 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{1i} - 0,071 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{2i} + 0,395 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{3i}$$

Model *Spatial Durbin Model* (SDM) yang terbentuk dapat memberikan informasi bahwa besarnya nilai PDRB (y) suatu wilayah di Jawa Timur, selain dipengaruhi oleh tenaga kerja (X_1) dan modal (X_2), juga dipengaruhi oleh nilai PDRB (y) wilayah lain yang berdekatan disekitarnya. Disamping itu dipengaruhi juga oleh tenaga kerja wilayah lain (X_1) yang berdekatan dengan wilayah tersebut.

Berikut adalah contoh model SDM Kota Surabaya yang memiliki pengaruh spasial pada variabel y maupun variabel x:

$$\hat{y}_i = -18,792 + 0,100 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} y_j + 0,406 X_{1i} + 0,948 X_{2i} + 0,585 X_{3i} \\ + 0,841 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{1i} - 0,071 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{2i} + 0,395 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{3i}$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_{Surabaya} = & -18,792 + 0,100\left(\frac{1}{3}\right)(y_{Kab Sidoarjo} + y_{Kab Gresik} + y_{Kab Bangkalan}) + 0,406X_1 \\ & + 0,948X_2 + 0,585X_3 \\ & + 0,841\left(\frac{1}{3}\right)(X_{1(Kab Sidoarjo)} + X_{1(Kab Gresik)} + X_{1(Kab Bangkalan)}) \\ & - 0,071\left(\frac{1}{3}\right)(X_{2(Kab Sidoarjo)} + X_{2(Kab Gresik)} + X_{2(Kab Bangkalan)}) \\ & + 0,395\left(\frac{1}{3}\right)(X_{3(Kab Sidoarjo)} + X_{3(Kab Gresik)} + X_{3(Kab Bangkalan)})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_{Surabaya} = & -18,792 + 0,033(y_{Kab Sidoarjo} + y_{Kab Gresik} + y_{Kab Bangkalan}) + 0,406X_{1i} + 0,948X_{2i} \\ & + 0,585X_{3i} + 0,280(X_{1(Kab Sidoarjo)} + X_{1(Kab Gresik)} + X_{1(Kab Bangkalan)}) \\ & - 0,023(X_{2(Kab Sidoarjo)} + X_{2(Kab Gresik)} + X_{2(Kab Bangkalan)}) \\ & + 0,131(X_{3(Kab Sidoarjo)} + X_{3(Kab Gresik)} + X_{3(Kab Bangkalan)})\end{aligned}$$

Berdasarkan model SDM yang terbentuk diketahui bahwa nilai PDRB (y) Kota Surabaya dipengaruhi oleh faktor tenaga kerja (X_1), modal (X_2) Kota Surabaya. Selain itu dipengaruhi oleh nilai PDRB (y) dan tenaga kerja (X_1) dari Kabupaten Sidoarjo, Kabupaten Gresik, dan Kabupaten Bangkalan.

Interpretasi Model Regresi Spasial

Menurut LeSage [7] menyatakan bahwa interpretasi model regresi *Spatial Durbin Model* (SDM) mencakup dalam 3 aspek yaitu pengaruh langsung (*direct effect*), pengaruh tidak langsung (*indirect effect*) dan pengaruh total (*total effect*). Dengan demikian untuk melihat berbagai pengaruh efek tersebut akan ditampilkan pada Tabel 7.

Tabel 7. Interpretasi Model Regresi Spasial

Variable	Direct effect	Indirect effect	Total effect
Tenaga_kerja (X_1)	0,436	1,066	1,502
Modal (X_2)	0,962	0,094	1,056
Rasio_Elektrifikasi (X_3)	0,607	0,579	1,186

Berdasarkan Tabel 7 diketahui bahwa tenaga kerja memiliki efek langsung pada kenaikan PDRB sebesar 0,436 satuan, efek tidak langsung sebesar 1,066 satuan dan efek total sebesar 1,502 satuan. Hal ini berarti bahwa jika angka tenaga kerja mengalami kenaikan sebesar seribu jiwa maka akan memberikan efek langsung terhadap pertumbuhan PDRB sebesar 0,436 miliar rupiah dan efek tidak langsung sebesar 1,066 miliar rupiah. Nilai positif yang diperoleh dari efek langsung dan tidak langsung menunjukkan bahwa tenaga kerja suatu wilayah di Provinsi Jawa Timur selain berasal dari wilayah tersebut, juga berasal dari wilayah lain di Jawa Timur.

Kemudian modal memiliki efek langsung terhadap kenaikan PDRB sebesar 0,962 satuan, efek tidak langsung sebesar 0,094 satuan dan efek total sebesar 1,056 satuan. Mengandung makna jika modal mengalami kenaikan sebesar seribu miliar rupiah maka mempunyai efek langsung terhadap pertumbuhan PDRB sebesar 0,962 miliar rupiah sedangkan untuk efek tidak langsung sebesar 0,094 miliar rupiah. Nilai positif yang diperoleh dari efek langsung menunjukkan bahwa PDRB suatu wilayah di Jawa Timur sangat dipengaruhi modal dari wilayah tersebut. Serta tanda negatif dari efek tidak langsung menunjukkan bahwa modal di suatu wilayah di Provinsi Jawa Timur hanya berasal dari modal wilayah tersebut, dan tidak berasal dari modal yang bersumber dari wilayah lain.

Selanjutnya rasio elektrifikasi memiliki efek langsung pada kenaikan PDRB sebesar 0,607 satuan, efek tidak langsung sebesar 0,579 dan efek total sebesar 1,186 satuan. Hal ini mengandung makna bahwa jika rasio elektrifikasi meningkat sebesar 60,7% maka akan menyebabkan pertumbuhan nilai PDRB juga meningkat sebesar 57,9%. Nilai positif yang diperoleh dari efek langsung dan tidak langsung menunjukkan bahwa besarnya kontribusi dari rasio elektrifikasi suatu wilayah di Provinsi Jawa Timur, selain berasal dari wilayah tersebut, juga berasal dari wilayah lain di Provinsi Jawa Timur.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan, maka kesimpulan yang diperoleh: Estimasi parameter *Spatial Durbin Model* (SDM) pendekatan Bayesian diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan fungsi maksimum likelihood dari model. Selanjutnya ditentukan distribusi prior dari parameter model tersebut, yang akan dilanjutkan dengan menentukan distribusi joint posterior model. Langkah terakhir yaitu dengan menentukan *full conditional* distribusi posterior. Oleh karena dalam penentuan *full conditional* distribusi posterior tidak bisa dilakukan secara analitik maka digunakanlah metode komputasi yang terdapat dalam Bayesian yaitu metode MCMC. Hasil estimasi menghasilkan parameter $\hat{\beta}$, $\hat{\sigma}$, dan $\hat{\rho}$. Penerapan *Spatial Durbin Model* (SDM) dengan pendekatan bayesian pada kasus pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur tahun 2011 memberikan kesimpulan bahwa besarnya nilai PDRB (y) suatu Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur, selain dipengaruhi oleh tenaga kerja (X_1), modal (X_2) dan rasio elektrifikasi (X_3) Kabupaten/Kota wilayah tersebut, juga dipengaruhi oleh nilai PDRB (y) wilayah lain yang berdekatan disekitarnya, serta dipengaruhi pula oleh tenaga kerja wilayah lain (WX_1) yang berdekatan dengan wilayah tersebut. Berikut model *Spatial Durbin Model* (SDM) dari setiap observasi di Jawa Timur:

$$\hat{y}_i = -18,792 + 0,100 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} y_j + 0,406 X_{1i} + 0,948 X_{2i} + 0,585 X_{3i} \\ + 0,841 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{1i} - 0,071 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{2i} + 0,395 \sum_{j=1}^{38} W_{i \neq j} X_{3i}$$

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak STMIK Bumigora Mataram yang telah mewadahi serta selalu memberi dukungan terhadap peneliti untuk selalu berkarya lewat penelitian dan publikasi ilmiah.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Jhingan, M. L. 1990. *Ekonomi Pembangunan dan Perencanaan*. Rajawali Press. Jakarta.
- [2] Solow, R.M (1956). "A contribution to the theory of economic growth", Q J Econ 70(1): 65-94.
- [3] Wibisono, Yusuf. 2001. *Determinan Pertumbuhan Ekonomi Regional; Studi Empiris Antara Provinsi Di Indonesia*. *Jurnal Ekonomi Pembangunan Indonesia*, Vol 1, No. 2 Januari 2001. Jakarta 57
- [4] Tobler, W. (1979). "Cellular Geography." In *Philosophy in Geography*, edited by S. Gale and G. Olsson, pp. 379-86. Dordrecht: Reidel
- [5] Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- [6] LeSage, J.P., (1999). *The Theory and Practice of Spatial Econometric*. Asia Pacific Press.
- [7] LeSage, J.P and R. Kelley Pace (2009). *Introduction Spatial Econometric*. CRC Press.
- [8] Gujarati, D.N. (2004). *Basic Econometrics*. New York: McGraw-Hill Companies.

- [9] Drapper, N.R and Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis*. Canada: Simultaneously.
 - [10] Gelman, A., Carlin, J B., Stern, H. S. and Rubin, D. B. (2004). *Bayesian Data Analysis*. Florida : Chapman & Hall
 - [11] Congdon, P. D. (2006). *Bayesian Statistical Modelling*. England: John Wiley & Sons.
 - [12] Seya, H., Tsusumi, M., dan Yamagata, Y. (2012), "*Income Convergence in Japan: A Bayesian Spatial Durbin Model Approach*", *Journal Economic Modelling*, No. 29, hal. 60-71).
 - [13] Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling Using WinBUGS*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
-